TITLE:

解析環の準同型のランクに関する条件について(複素解析的特異点と可換環)

AUTHOR(S):

泉, 脩藏

CITATION:

泉, 脩藏. 解析環の準同型のランクに関する条件について(複素解析的特異点と可換環). 数理解析研究所講究録 1986, 595: 27-29

ISSUE DATE:

1986-07

URL:

http://hdl.handle.net/2433/99531

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ KURENAI
Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録
595巻 1986年 27-29

解析環の準同型のランクに関する条件について

(Mar. 1986)

(On the Rank Condition for Homomorphisms of Analytic Algebras)

近畿大学理工学部数学教室　　泉　脩藏 (Shuzo IZUMI)

k を実数体 $\mathbb{R}$ か複素数体 $\mathbb{C}$ とする。

収束巾級数環 $k\{x\}$ の剰余環 $k\{x\}$ を (k上の) 解析環と言う。A の極大イデアルを m とする。$f \in A$ の (代数的) 位数 $\nu(f)$ および被約位数 $\bar{\nu}(f)$ を $\nu(f) = \sup\{p : f \in m^p\}$ および $\bar{\nu}(f) = \lim_{q\to\infty} \nu(f^q)/q$ で定義する。また解析環の準同型 $\varphi : A \to B$ は常に $\varphi(1) = 1$ なるものとする。位数については，次の不等式が知られている。

A の完備化 $\hat{A}$ が巾零元をもたないとき，

(CI_0) $\exists b_0 > 0,\ \forall f \in A:\ \nu(f) + b_0 \geqq \bar{\nu}(f)\ (\geqq \nu(f))$ 　　([R_1])

$\hat{A}$ が整域のとき，

(CI_1) $\exists a_1 \geqq 1,\ \exists b_2 > 0,\ \forall f, g \in A:\ a_1(\nu(f) + \nu(g)) + b_1 \geqq \nu(fg)$

$(\geqq \nu(f) + \nu(g))$ 　　([I])

(これらは一般の局所環に対しても成立する。([R_1], [R_2]))

解析環の準同型 φ: $A \to B$ が与えられたとき，それに付随して解析空間の射の芽 Φ_ξ: $Y_\eta \to X_\xi$ が定まる。$|X|$ の ξ に近い滑らかな点における Φ のヤコ

ビアンーマトリックスの階数の最大値を，Φ あるいは φ の幾何的階数と言い grnk φ で表わす。これを用いて次の定理が成立する。

<u>A が整域で，grnk $\varphi=\dim A$ であれば，</u>

<u>(CI_2) $\exists a_2\geqq 1,\ \exists b_2\geqq 0,\ \forall f\in A$: $a_2\nu(f)+b_2\geqq\nu(\varphi(f))$</u>　　([I])

今回の主張は，これの一般化と，その逆が成立することである。まず一般の k上の解析環の単射準同型 φ: A→B に対して，A の極小素イデアルを $p_1,\ldots,p_s$とし，$A_i=A/p_i$，$B_i=B/\varphi(p_i)B$ と置くと，φ は準同型 φ_i: $A_i\to B_i$ をひきおこす。φ の成分別の幾何的階数 $r_1=(r_1{}^1,\ldots,r_1{}^s)$ および解析的階数 $r_3=(r_3{}^1,\ldots,r_3{}^s)$ を，まず $k=\mathbb{C}$ のときは $r_1{}^i=\mathrm{grnk}\ \varphi_i$，$r_3{}^i=\dim A_i$ で，また $k=\mathbb{R}$ のときは後者は同じ式，前者は $r_1{}^i=\mathrm{grnk}\ \varphi_i{}^{\mathbf{C}}$（複素化）で定義する。

> **定理**：k上の解析環の単射準同型 φ: A→B に対して，条件 $r_1=r_3$ は，次の条件と同値である。
>
> $(\overline{\mathrm{CI}}_2)$ $\exists\bar{a}_2\geqq 1,\ \forall f\in A$: $\bar{a}_2\bar{\nu}(f)\geqq\bar{\nu}(\varphi(f))$ $(\geqq\bar{\nu}(f))$

証明には，(CI_0)〜(CI_2) の他に，Eakin-Harris [EH] の方法を用いる。定理の条件はまた「$\varphi(A)$ が B の極大イデアルの巾による位相に関して閉じている」と言う重要な条件と関係が深い。（閉性については[B]が面白い――少し不正確な点もあるが.）これらの詳細については別のところで述べる予定である。

References

[B] Becker, J., On the composition of power series, In: *Commutative algebra (analytic methods)* (LN in pure and apl. math. 68), (159~172), Marcel Dekker, New York, 1982.

[EH] Eakin, P., Harris, G., When $\Phi(f)$ convergent implies f is convergent, *Math. Ann.* **229** (1977), 201~210.

[I] Izumi, S., A Measure of integrity for local analytic algebras, *Publ. RIMS, Kyoto Univ.* **21** (1985), 719~735.

[R_1] Rees, D., Valuations associated with a local ring (II), *J. London Math. Soc.*, **31** (1956), 228~235.

[R_2] ———., Izumi's theorem, unpublished (1985).